

# 2018 年全国青少年信息学奥林匹克竞赛 江苏省省队选拔赛第二试（第一天）

## JSTSC 2018 ROUND 2 DAY 1

**竞赛时间：2018 年 5 月 3 日上午 8:00-13:00**

题目名称	潜入行动	防御网络	绝地反击
输入文件名	action.in	defense.in	fleet.in
输出文件名	action.out	defense.out	fleet.out
每个测试点时限	1s	1s	1s
每个测试点内存限制	256MB	256MB	256MB
测试点数目	10	10	10
每个测试点分值	10	10	10
是否有部分分	否	否	否
题目类型	传统型	传统型	传统型

提交源程序须加后缀

对于 Pascal 语言	action.pas	defense.pas	fleet.pas
对于 C 语言	action.c	defense.c	fleet.c
对于 C++ 语言	action.cpp	defense.cpp	fleet.cpp

**注意：最终测试时，所有语言均打开-O2 优化，此外不开启其他任何编译开关 (C/C++默认链接数学库)。**

## 潜入行动 (action)

### 【故事背景】

外星人又双叒叕要攻打地球了，外星母舰已经向地球航行！这一次，JYY 已经联系好了黄金舰队，打算联合所有 JSOIer 抵御外星人的进攻。在黄金舰队就位之前，JYY 打算事先了解外星人的进攻计划。现在，携带了监听设备的特工已经秘密潜入了外星人的母舰，准备对外星人的通信实施监听。

### 【问题描述】

外星人的母舰可以看成是一棵  $n$  个节点、 $n - 1$  条边的无向树，树上的节点用  $1, 2, \dots, n$  编号。JYY 的特工已经装备了隐形模块，可以在外星人母舰中不受限制地活动，可以神不知鬼不觉地在节点上安装监听设备。

如果在节点  $u$  上安装监听设备，则 JYY 能够监听与  $u$  直接相邻 所有的节点的通信。换言之，如果在节点  $u$  安装监听设备，则对于树中每一条边  $(u, v)$ ，节点  $v$  都会被监听。特别注意放置在节点  $u$  的监听设备并不监听  $u$  本身的通信，这是 JYY 特别为了防止外星人察觉部署的战术。

JYY 的特工一共携带了  $k$  个监听设备，现在 JYY 想知道，有多少种不同的放置监听设备的方法，能够使得母舰上所有节点的通信都被监听？为了避免浪费，每个节点至多只能安装一个监听设备。

### 【输入格式】

输入第一行包含两个整数  $n, k$ ，表示母舰节点的数量  $n$  和监听设备的数量  $k$ 。

接下来  $n - 1$  行，每行两个整数  $u, v$  ( $1 \leq u, v \leq n$ )，表示树中的一条边。

### 【输出格式】

输出一行，表示满足条件的方案数。因为答案可能很大，你只需要输出答案 mod 1,000,000,007 的余数即可。

### 【样例输入】

5 3

---

1 2  
2 3  
3 4  
4 5

**【样例输出】**

1

**【样例说明】**

样例数据是一条链  $1-2-3-4-5$ 。首先，节点 2 和 4 必须放置监听设备，否则 1, 5 将无法被监听(放置的监听设备无法监听它所在的节点)。剩下一个设备必须放置在 3 号节点以同时监听 2, 4。因此在 2, 3, 4 节点放置监听设备是唯一合法的方案。

**【数据规模】**

存在 10% 的数据， $1 \leq n \leq 20$ ；

存在另外 10% 的数据， $1 \leq n \leq 100$ ；

存在另外 10% 的数据， $1 \leq k \leq 10$ ；

存在另外 10% 的数据，输入的树保证是一条链；

对于所有数据， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $1 \leq k \leq \min\{n, 100\}$ 。

## 防御网络 (defense)

### 【故事背景】

虽然成功得到了外星人的进攻计划，但 JYY 意外地发现，外星母舰对地球的攻击竟然是随机的！必须尽快在地球上部署防御网络，抵御外星人母舰的攻击。

### 【问题描述】

地球上的防御网络由节点和节点之间的能量连接组成，防御网络可以看成是一个  $n$  个点、 $m$  条边的简单无向图  $G(V, E)$ ，每个防御节点对应  $V$  中的一个节点、每个能量连接对应  $E$  中的一条边。此外，在防御网络修建时考虑到能量传输效率，防御网络  $G$  中 每个节点至多只包含在一个简单环中。

外星母舰的攻击是随机的，每次攻击开始后，JYY 都会本次攻击的情况选择一些防御节点  $S \subseteq V$ ，并且用能量连接将这些防御节点连通，从而启动一个 防御子网络。换言之，JYY 会选择  $G$  中边集的一个子集  $H(S) \subseteq E$ ，它满足：

1. (防御子网络 连通) 如果我们建立新图  $G'(V, H(S))$ ，即用  $H(S)$  中的边连接  $G$  中的节点，则对于任意选择的防御节点  $x, y \in S$ ，它们在  $G'$  中都连通。

2. (防御子网络 最小) 在满足条件 1 (防御子网络连通) 的前提下，选取的边数最小，即  $|H(S)|$  最小。

$H(S)$  是点集  $S$  在图  $G$  生成的斯坦纳树 (Steiner Tree)，而  $|H(S)|$  则是启动防御子网络的最小代价。考虑到外星母舰随机攻击的方式，JYY 希望你计算启动防御子网络代价的 期望：

$$\frac{1}{2^{|V|}} \sum_{S \subseteq V} |H(S)|$$

### 【输入格式】

输入第一行两个整数  $n, m$ ，分别表示图中的节点数和边数。

接下来  $m$  行，每行两个整数  $u, v$  ( $1 \leq u, v \leq n$ )，表示图中的一条边。输入保证没有自环和重边，并且满足每个节点至多包含在一个简单环中。

**【输出格式】**

输出一行，表示启动防御子网络的期望。假设期望写成最简分式 $P/Q$ 的形式，则输出 $P \cdot Q^{-1} \bmod 1,000,000,007$ 的余数，其中 $Q^{-1}$ 为唯一的整数满足 $Q \cdot Q^{-1} \equiv 1 \bmod 1,000,000,007$ 。

**【样例输入 1】**

```
3 2
1 2
2 3
```

**【样例输出 1】**

```
750000006
```

**【样例输入 2】**

```
6 6
1 2
2 3
3 1
1 4
2 5
3 6
```

**【样例输出 2】**

```
468750006
```

**【样例说明】**

样例输入 1 是一条链，包含以下情况：

- $\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}$ ,  $|H(S)| = 0$ ;
- $\{1, 2\}, \{2, 3\}$ ,  $|H(S)| = 1$ ;
- $\{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$ ,  $|H(S)| = 2$ 。

因此 $P/Q = 3/4$ ,  $Q^{-1} = 250,000,002$ ,  $P \cdot Q^{-1} = 750,000,006$ 。

样例输入 2 中 $\sum_{S \subseteq V} |H(S)| = 174$ , 因此 $P/Q = 87/32$ ,  $Q^{-1} = 281,250,002$ ,  $P \cdot Q^{-1} = 468,750,006 \bmod 1,000,000,007$ 。

**【数据规模】**

对于 20%的数据，有 $1 \leq n \leq 8$ 。

对于 40%的数据，有 $1 \leq n \leq 20$ 。

对于 100%的数据，有 $1 \leq n \leq 200$ 。

## 绝地反击 (fleet)

### 【故事背景】

由于你的出色表现，外星人的进攻已经被成功化解了。现在，JYY 召集了强大的黄金舰队，准备一击摧毁外星人的母舰。

### 【问题描述】

黄金舰队共有  $n$  ( $n \geq 3$ ) 艘飞船，这些飞船能将能量汇聚到同一点(外星人母舰所在位置)，从而对外星母舰进行毁灭性的打击。JYY 计划将所有飞船同时折跃到母舰附近，瞬间发动攻击结束战斗。

在黄金舰队折跃抵达后，由于各种不稳定因素，舰队中的各艘飞船并未进入最佳攻击位置，因此需要迅速对它们进行调整。现在，所有飞船已经同时完成了折跃，每个飞船都可以看做是平面上的一个点，第  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 艘飞船的坐标为  $(x_i, y_i)$ 。外星母舰位于坐标原点  $(0,0)$ 。

为了实现最高效的打击，所有飞船都必须移动到攻击轨道上。攻击轨道是圆心在原点  $(0,0)$ 、半径为  $R$  的圆。因为发射产生的能量实在太大，JYY 希望发射时 飞船相互之间的距离尽可能大。具体来说，JYY 希望黄金舰队所有  $n$  艘飞船均匀地排列在攻击轨道上(所有飞船均为同一型号，因此按任意顺序排列均可)，即相邻飞船在攻击轨道(圆弧)上的距离相等且恰好等于  $\frac{2\pi R}{n}$ 。换言之，JYY 希望调整所有飞船的位置，使得所有飞船都位于攻击轨道上，且它们恰好位于正  $n$  边形的  $n$  个顶点。

请你帮助 JYY 计算出打击开始的最短时间(即所有飞船移动到攻击轨道上并等距排列的最少时间)。飞船一单位时间可以在平面上移动一单位距离，且飞船的体积可以看成 0。因此在你设计的方案中，飞船在某个时刻“相遇”是允许的。此外，初始时飞船的坐标也允许重合。

### 【输入格式】

输入第一行两个整数  $n, R$ ，表示飞船的数量和攻击轨道的半径。

接下来  $n$  行，每行两个整数  $(x_i, y_i)$ ，分别表示每一艘飞船的坐标。

**【输出格式】**

输出一行，表示所有飞船就位的最短时间(请保留足够的小数位数)。如果你的输出和参考答案差距不超过 $10^{-6}$ 则认为正确。

**【样例输入 1】**

```
3 1
0 0
0 0
0 0
```

**【样例输出 1】**

```
1.00000000
```

**【样例输入 2】**

```
3 10
10 0
0 10
10 10
```

**【样例输出 2】**

```
12.17522858
```

**【样例说明】**

在样例 2 的最优解中，位于(10,10)的飞船将会向原点方向移动到 $(5\sqrt{2}, 5\sqrt{2})$ 位置，剩余飞船则沿直线移动到等边三角形的另外两个对称的顶点，移动距离为 $2R \sin \frac{75^\circ}{2} \approx 12.17522858$ 。

**【数据规模】**

对于 20%的数据，有 $n = 3$ 。

对于 50%的数据，有 $n \leq 50$ 。

对于 100%的数据，有 $3 \leq n \leq 200$ ， $0 \leq |x_i|, |y_i|, R \leq 100$ 。